Реология Земли

1. Понятие о реологии. Напряжения и деформации, соотношения между ними
2. Простые реологические модели
3. Механизмы упругости и вязкости твердого тела
4. Реология литосферы и астеносферы

1

1. Понятие о реологии

Реология (от греческого ρεω - "течение") – направление физики, изучающее **деформацию и течение** материалов под действием приложенных напряжений

Механическое напряжение σ – сила, отнесенная к единице площади поверхности, на которую она действует $\sigma = F/S$.

Действие напряжений связано с деформациями

Деформация ε - относительное смещение частиц материального тела.

Часто термин **«реология»** используется для обозначения зависимости напряжений от деформаций (и их производных) как синоним **«реологического соотношения».**

2

В.С. Захаров

Роль реологии в физике Земли и геодинамике

Необходимо объяснить противоречивые (отчасти) факты:

- **Упругие волны распространяются** через оболочки Земли.
- Сейсмические волны и другие механические колебания **затухают** различным образом в различных оболочках.
- Фигура Земли с большой точностью соответствует **фигуре равновесия** вращающейся **жидкости**
- Земля совершает **собственные колебания**, как упругое тело (с затуханием).
- Верхняя мантия реагирует на медленные нагрузки как **вязкая жидкость** (с этим связаны механизмы изостатической компенсации). В то же время в ней распространяются **все виды** упругих волн.
- Движущий механизм тектоники плит – **конвекция**, т.е. течения, в мантии.
- Механизм генерации магнитного поля - геомагнитное динамо - предполагает **интенсивную конвекцию** во внешнем ядре.
- Основной механизм генерации землетрясений – **упруго-хрупкое** разрушение.

Земля в целом и разные ее оболочки демонстрируют **разное реологическое поведение** в разных условиях

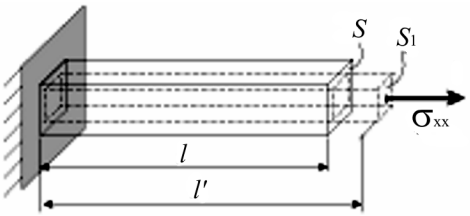
3

Напряжения и деформации

Растяжение (сжатие) — относительное удлинение (укорочение)

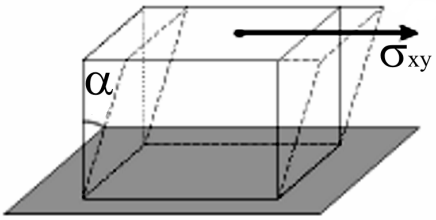
$\Delta l = l' - l$ - абсолютная деформация,

$\varepsilon = \Delta l / l$ - относительная деформация



Сдвиг — изменение формы

α – угол сдвига



В общем случае напряжения и деформации - **тензорные** величины

4

В.С. Захаров

Соотношение между напряжениями и деформациями

Обобщенная кривая деформаций

Oa – **линейная** упругость (закон Гука),
σ_a – предел пропорциональности,
ab – **нелинейная** упругость,
σ_b – предел текучести,
bc – текучесть,
cd – упрочение, d – разлом,
σ_d – предел прочности.

Обратимая (упругая) деформация - исчезает при снятии нагрузки.

Разрывная деформация – (хрупкое) нарушение сплошности.

Течение - непрерывное и **необратимое** увеличение деформации под действием конечных сил, без нарушения сплошности.

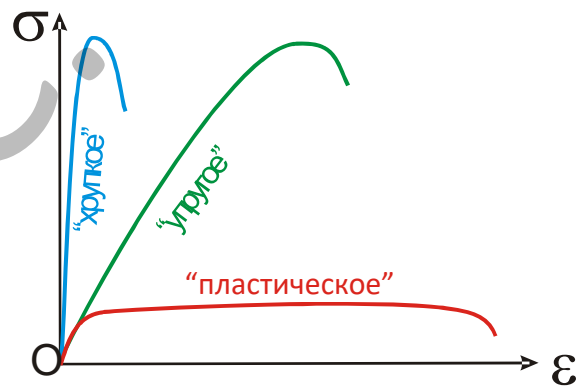
Пластическое течение возникает при **превышении** напряжений **предела** текучести σ_b.

Вязкое течение происходит под действием любых ненулевых сил, скорость деформации уменьшается при уменьшении напряжений и равна 0 при $\sigma = 0$.

Ползучесть - процесс постепенного нарастания деформации ε **твердых тел** во времени при постоянном напряжении σ_o (**меньшем** предела текучести σ_b).

5

Тип реологического поведения материала



Аксиомы реологии:

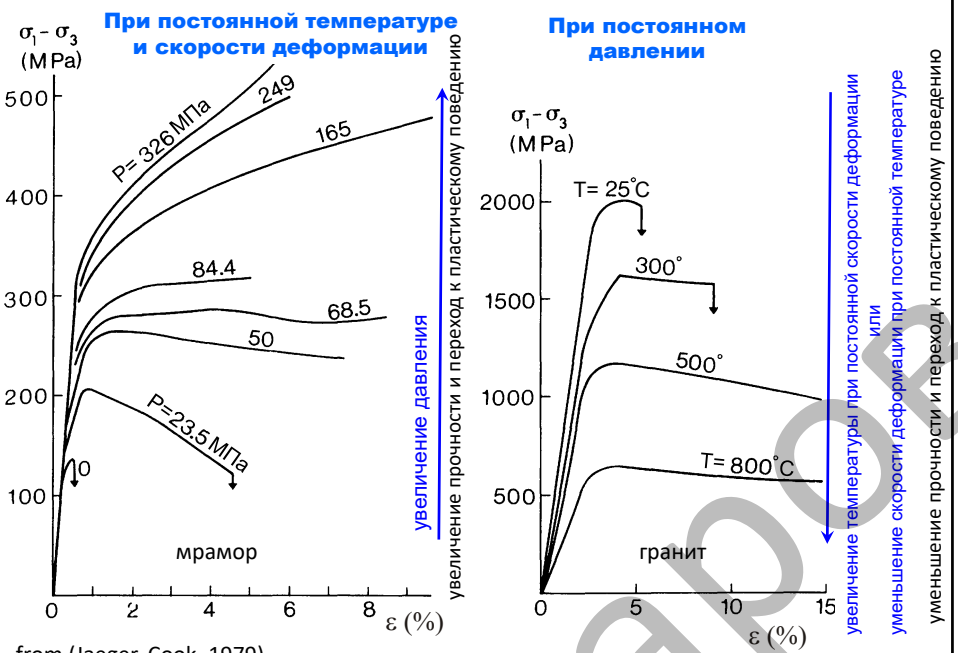
Под действием равномерного всестороннего давления все материалы ведут себя одинаково – как идеально упругие тела

Каждый реальный материал обладает практически всеми реологическими свойствами, но проявляются они в разной степени

6

В.С. Захаров

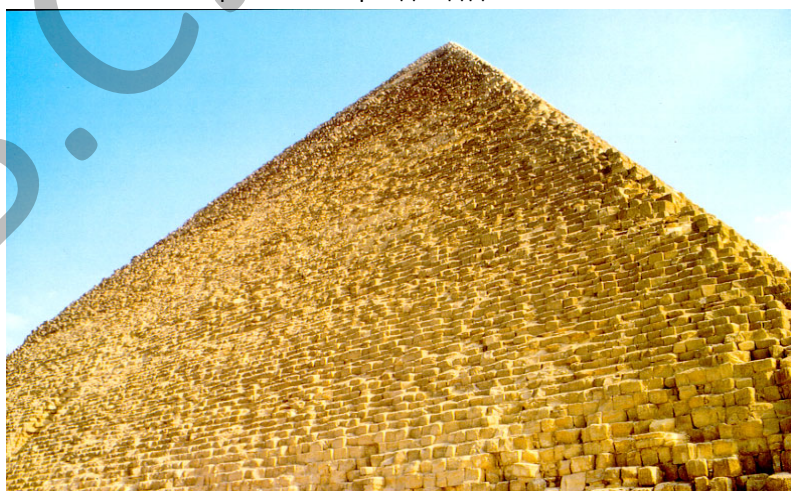
Зависимость поведения от условий нагружения



from (Jaeger, Cook, 1979)

7

Материал блоков, из которых сложены
египетские пирамиды, древние надгробия и другие сооружения
подвержен **хрупкому разрушению** при быстром воздействии (ударе) и в то же время
«**течет**» за исторический период под действием силы тяжести



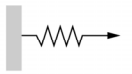
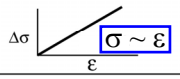
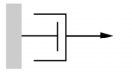
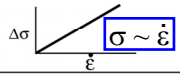
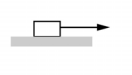
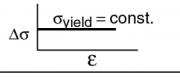
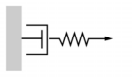
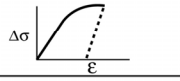
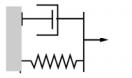
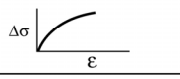
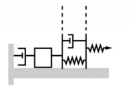
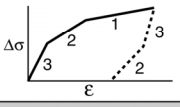
Время воздействия — доли секунд: быстрое нагружение → хрупкое разрушение
Время воздействия — тысячи лет: медленное нагружение → криповое течение

8

В.С. Захаров

2. Простые реологические модели (тела)

(зависимости σ(ε))

Название	Модель	σ-ε	Характеристики деформации
Упругость (Гук)			Не зависит от времени, происходит мгновенно, полностью обратима
Вязкость (Ньютон)			Зависит от времени, остаточная деформация
Пластичность (Сен-Винан – Кулон)			Не зависит от времени, остаточная деформация in (аналог –сухое (!) трение)
Упруго-вязкость (Максвелл)			Частично обратимая, частично - остаточная
Вязко-упругость (Кельвин-Фойгт)			Зависит от времени, полностью восстанавливается при $t \to \infty$
Стандартное линейное тело			Частично остаточная, частично обратима мгновенно, частично – с течением времени

9

Тело Гука (линейно-упругое)

Упрощенное соотношение $\sigma = G\varepsilon$

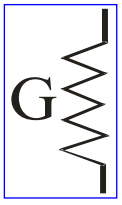
G – (обобщенный) упругий модуль

$G = E$ для сжатия/растяжения

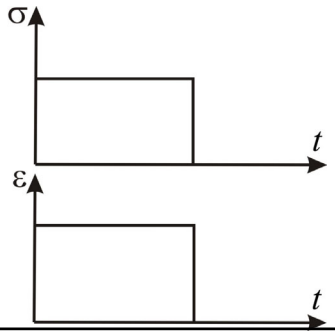
$G = 2\mu$ для сдвига

$G = K$ для всестороннего сжатия

$[G] = \text{Па}$



Реакция на приложенное напряжение



10

В.С. Захаров

Тело Ньютона (линейно-вязкое)

Упрощенное соотношение

$$\sigma = R\dot{\varepsilon}$$

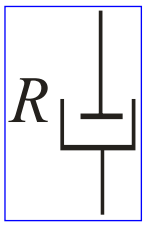
$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ - скорость деформации

R – (обобщенный) вязкий модуль

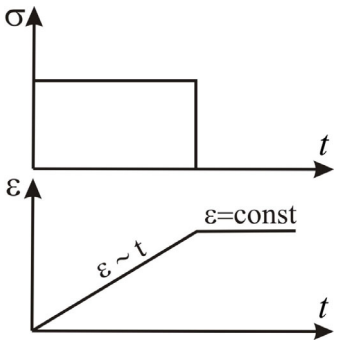
$R = 2\eta$ для сдвига

(η – динамическая вязкость)

$[R] = Па \cdot с$



Реакция на приложенное напряжение



Сравнение моделей

Свойство	Тело Гука	Тело Ньютона
Зависимость от времени	Нет	Есть
Обратимость деформации	Да	Нет
Соотношение	$\sigma = G\varepsilon$	$\sigma = R\dot{\varepsilon}$

11

А можно ли эти свойства комбинировать?

«Неньютоновские жидкости» (программа «Галилео»)

Крахмальный раствор: быстрая деформация → упругость; медленная → вязкость.
Это **качественно** соответствует **модели Максвелла (см. далее)**

http://www.youtube.com/watch?v=unfbSxDLYi4

12

В.С. Захаров

Правила комбинирования элементов линейных тел

Комбинируя **упругий** и **вязкий** элементы, можно получить различные реологические свойства.

При **последовательном** соединении элементов напряжения, приложенные к элементам, равны, а деформации суммируются:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad \sigma = \sigma_1 = \sigma_2.$$

При **параллельном** соединении элементов напряжения, приложенные к элементам, суммируются, а деформации равны:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2, \quad \sigma = \sigma_1 + \sigma_2.$$

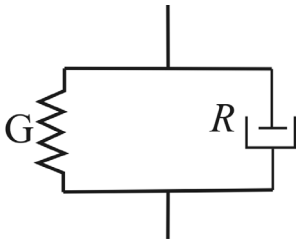
13

Тело Кельвина-Фойгта (вязко-упругое)

$$\sigma = \sigma_y + \sigma_в$$

$$\sigma_y = G\varepsilon, \quad \sigma_B = R\dot{\varepsilon}$$

$$\sigma = G\varepsilon + R\dot{\varepsilon}$$



14

В.С. Захаров

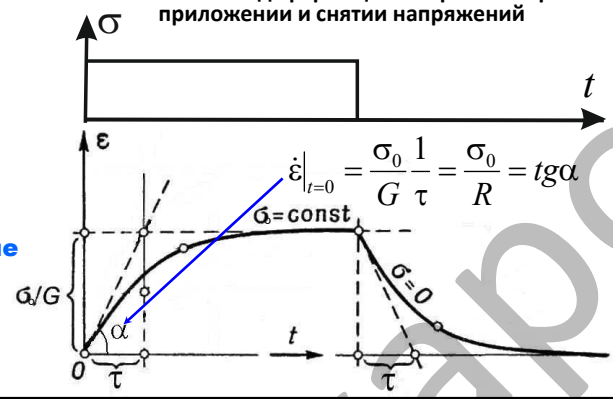
Тело Кельвина-Фойгта (вязко-упругое)

Постоянная нагрузка σ = $\sigma_0 = \text{const}$

Решение: $\varepsilon = \frac{\sigma_0}{G}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $\tau = R/G$ – **характерное время**

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{G}\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{\sigma_0}{R}e^{-t/\tau}$$

Зависимость деформации от времени при приложении и снятии напряжений



упругое последействие

15

Поведение тела Кельвина на «больших» и «малых» временах воздействия

В системе есть **характерный масштаб времени τ**,
и «**большие**» и «**малые**» времена воздействия оцениваются **по сравнению** с этим **масштабом**.

- ***малые* времена *t* << τ** (**быстрое воздействие**). Тогда $e^{-t/\tau} \approx 1$ и

  $\dot{\varepsilon}|_{t\to 0} = \frac{\sigma_0}{R}$ - соотношение для вязкого тела (тело Ньютона). Это соотношение определяет угол наклона α графика $\varepsilon(t)$ в начальный момент времени. При малых временах воздействия тело Кельвина ведет себя как **вязкая жидкость**.

- ***большие* времена *t* >> τ** (**медленное воздействие**). Тогда $e^{-t/\tau} \approx 0$ и

  $\varepsilon = \frac{\sigma_0}{G}$ - соотношение для упругого тела (тело Гука). При больших временах воздействия тело Кельвина ведет себя как **упругое тело**.

  τ – **время запаздывания** (по сравнению с упругим телом)

Не похоже на вещество Земли

16

В.С. Захаров

Тело Максвелла (упруго-вязкое)

$$\varepsilon = \varepsilon_y + \varepsilon_B = \frac{\sigma}{G} + \int_0^t \frac{\sigma}{R} dt$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{G} + \frac{\sigma}{R}$$

$$R\dot{\varepsilon} = \tau\dot{\sigma} + \sigma$$

$\tau = R/G$ – **характерное время**

17

Тело Максвелла (упруго-вязкое)

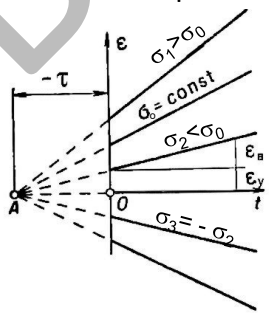
Постоянная нагрузка $\sigma = \sigma_0$ = const

Решение:

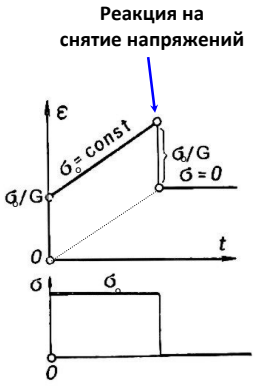
$$\varepsilon = \varepsilon_V + \varepsilon_B = \frac{\sigma_0}{G} + \frac{\sigma_0}{R} t = \frac{\sigma_0}{G}\left(1 + \frac{t}{\tau}\right)$$

мгновенная деформация — нарастание со временем

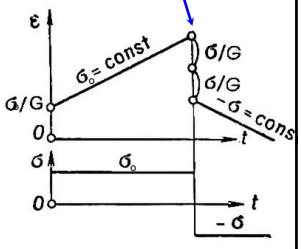
Зависимость деформации от времени для различных постоянных напряжений



Реакция на снятие напряжений



Реакция на смену знака напряжений



18

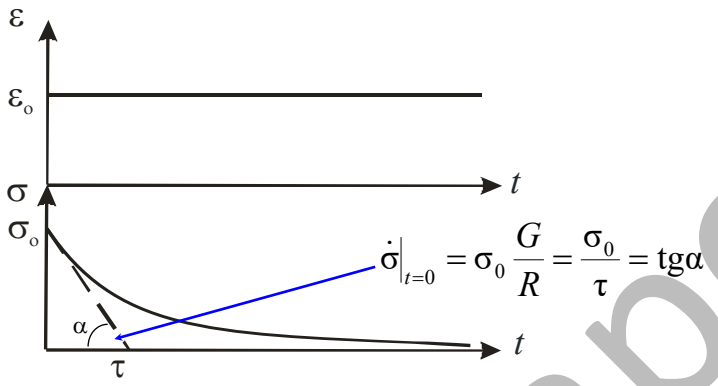
В.С. Захаров

Постоянная деформация $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const}$

Решение: $0 = \frac{\dot{\sigma}}{G} + \frac{\sigma}{R} \Rightarrow \sigma = \sigma_0 e^{-t/\tau} = \varepsilon_0 G e^{-t/\tau}$

Релаксация упругих напряжений

$\tau = R/G$ – **время релаксации** упругих напряжений



Релаксация упругих напряжений в теле Максвелла

19

Поведение тела Максвелла на «больших» и «малых» временах воздействия

(по сравнению с **временем релаксации** τ)

- **малые времена** $t \ll \tau$ (быстрое воздействие). Тогда t/τ <<1

  $\varepsilon_{t\to 0} = \sigma_0 / G$ - соотношение для упругого тела (тело Гука).

  При малых временах воздействия тело Максвелла ведет себя как упругое тело.

- **большие времена** $t \gg \tau$ (медленное воздействие). Тогда t/τ >>1

  $\varepsilon|_{t\to\infty} \approx \frac{\sigma_0}{G}\frac{t}{\tau}$ или $\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{R}$ - соотношение для вязкого тела (тело Ньютона). При больших временах воздействия тело Максвелла ведет себя как вязкая жидкость.

Похоже на вещество Земли (качественно)

Какая модель лучше подходит для примера из «Галилео»?

20

В.С. Захаров

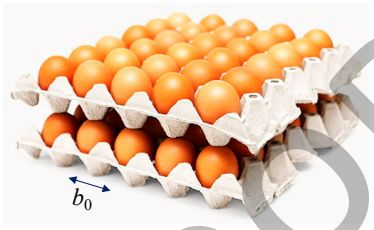
3. Механизмы упругости и вязкости твердого тела

Механизм упругости

Упругость связана с малыми смещениями ионов в кристаллической решетке..

Энергия кристаллической решетки как функция расстояния

Минимум энергии определяет оптимальное расстояние b_0 между ионами в решетке (постоянную решетки). Ионы расположены в «потенциальных ямках»



Основной механизм упругости во всех **кристаллических** телах **один и тотже**

Их упругие модули **сопоставимы** по величине

21

Основные механизмы вязкости твердого тела

Крип (ползучесть) - медленная, происходящая с течением времени деформация **твёрдого** тела под воздействием постоянной нагрузки или механического напряжения

Ползучесть твердых тем связана с **нарушениями кристаллической структуры**

- диффузионная ползучесть (→ ньютоновское течение);
- дислокационная ползучесть (→ неньютоновское течение);
- деформации по границам зерен

Общее соотношение между напряжением и скоростью деформаций для ползучести:

$$\dot{\varepsilon} = Ad^{-m}w^{r}\sigma^{n}\exp\left(-\frac{E+pV}{RT}\right)$$

$\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации (второй инвариант тензора скорости деформации),
σ – **девиатор** (за вычетом давления) тензора напряжения (второй инвариант),
d – размер зерен (1-10 мм)
E – энергия активации (необходимая для преодоления потенциального барьера)
V – объем активации (изменение объема зерен под действ. давления)
w – содержание воды
R – газовая постоянная, T – абсолютная температура
A, m, n, r – экспериментально определяемые **вещественные** параметры

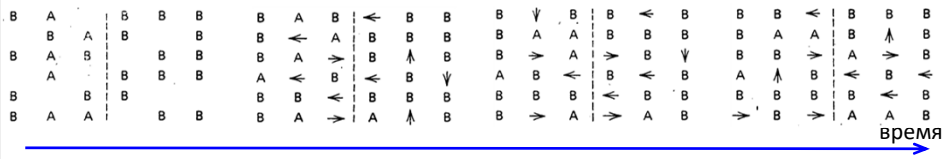
Значения параметров **различаются** для **диффузионной** и **дислокационной** ползучести, а также для **«влажных»** ($w > 10^{-3}$ %) и **«сухих»** ($w < 10^{-3}$ %) пород

22

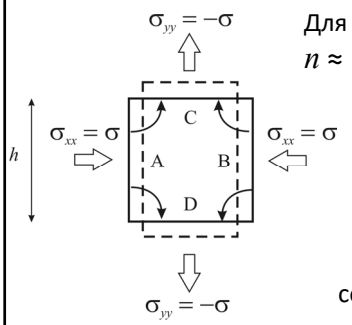
В.С. Захаров

Диффузионная ползучесть

Диффузия примеси в кристаллическом твердом теле. A – атомы примеси, пустые места – вакансии



«Направленная» диффузия атомов в кристалле под действием горизонтальных напряжений приводит к **деформации**



Для диффузионной ползучести

$n \approx 1$, но влияние размера зерен d существенно ($m > 0$)

линейное соотношение напряжения и скорости деформации (по «ньютоновскому» типу):

$$\sigma = \eta_{df}\dot{\varepsilon}$$

Вязкость зависит от

состава (A, E, V, r, m), p, T, содержания воды

$$\eta_{df} = \frac{d^m}{2Aw^r}\exp\left(\frac{E_{df} + pV_{df}}{RT}\right)$$

23

В.С. Захаров